数学Ⅰ　２次不等式　演習プリント

1

次の２次不等式を解け。

(1) $x^2-7x+10>0$　(2) $x^2-5x+4<0$　(3) $x^2+5x\leqq 0$

2

次の２次不等式を解け。

(1) $3x^2-7x+2<0$　(2) $2x^2-7x-4\leqq 0$　(3) $6x^2-7x-3>0$

(4) $x^2-4x+2>0$　(5) $x^2+5x+1<0$　(6) $2x^2+5x-1\geqq 0$

(7) $x^2<4$　(8) $x^2-18>0$　(9) $2x^2-9\geqq 0$

3

次の２次不等式を解け。

(1) $-x^2+3x+10<0$　(2) $3x-x^2\geqq 0$　(3) $-3x^2+6x-2\geqq 0$

4

次の２次不等式を解け。

(1) $(x-1)^2\leqq 0$　(2) $(x+4)^2\geqq 0$　(3) $x^2+4x+4<0$

(4) $x^2-10x+25\geqq 0$　(5) $4x^2-12x+9>0$　(6) $-x^2-8x-16>0$

(7) $-6x\geqq x^2+9$　(8) $3(x-1)^2-12\leqq 6x^2-(3+x)^2$

5

次の２次不等式を解け。

(1) $x^2-2x+3<0$　(2) $2x-x^2-2<0$

6

次の連立不等式を解け。

(1) $\begin{cases} x^2-x-2<0 \\ x^2-x>0 \end{cases}$　(2) $\begin{cases} x^2-3x+2\leqq 0 \\ x^2-x-12<0 \end{cases}$　(3) $\begin{cases} 2x^2+5x<3 \\ 3x^2+11x<4 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 4x^2+16x\leqq 9 \\ x^2+2x>3 \end{cases}$　(5) $\begin{cases} x^2+x-2<0 \\ x^2+x-1\geqq 0 \end{cases}$　(6) $\begin{cases} x^2-10x+20<0 \\ -x^2+6x-3>0 \end{cases}$

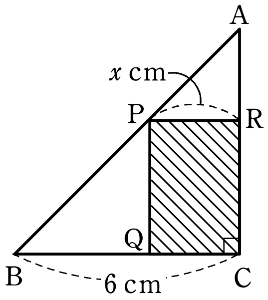
7

次の不等式を解け。

(1) $5<x^2+4x\leqq 21$　(2) $2x+3<x^2<5$

8

右の図のような直角二等辺三角形 ABC の辺上に頂点をもつ長方形 PQCR を作る。長方形の面積が 5 cm^2 以上 8 cm^2 以下となるときの x の値の範囲を求めよ。



9

次の２次方程式が実数解をもつように，定数 m の値の範囲を定めよ。

(1) $x^2+2mx+3=0$　(2) $x^2+mx+m=0$

10

次の条件を満たすように，定数 m の値の範囲を，それぞれ定めよ。

(1) ２次関数 $y=x^2-2mx+2m+3$ のグラフが x 軸と共有点をもつ。

(2) ２次関数 $y=x^2+2mx-m+2$ のグラフが x 軸と共有点をもたない。

11

次の 2 次不等式の解がすべての実数であるとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

(1)　$x^2-mx+1>0$　　(2)　$-x^2+mx+2m<0$

12

次の条件を満たすように，定数 m の値の範囲を定めよ。

(1)　放物線 $y=x^2+mx+1$ において，y の値が常に正である。

(2)　放物線 $y=x^2-2mx+3m-2$ が $y<0$ の部分を通らない。

(3)　放物線 $y=mx^2+4x+m-3$ において，y の値が常に負である。

13

2 次方程式 $x^2-2mx-4m=0$ が次の条件を満たすように，定数 m の値の範囲を定めよ。

(1)　異なる 2 つの実数解をもつ　　(2)　実数解をもたない

14

2 次不等式 $ax^2+x+b>0$ の解が $x<-3$，$2<x$ であるとき，定数 a，b の値を求めよ。

15

2 次不等式 $4x^2+ax+b<0$ の解が $1<x<\frac{5}{4}$ であるとき，2 次不等式 $bx^2+ax+4\geqq 0$ の解を求めよ。

16

次の x についての不等式を解け。

(1)　$x^2-(a+2)x+2a<0$　　(2)　$x^2-(a-1)x-a>0$

(3)　$x^2-ax-2a^2\leqq 0$

17

2 次関数 $y=x^2+mx+2$ が次の条件を満たすように，定数 m の値の範囲を定めよ。

(1)　この 2 次関数のグラフと x 軸の正の部分が異なる 2 点で交わる。

(2)　この 2 次関数のグラフと x 軸の $x<-1$ の部分が異なる 2 点で交わる。

18

放物線 $y=x^2+2(m-1)x+3-m^2$ が x 軸の正の部分と負の部分のそれぞれと交わるように，定数 m の値の範囲を定めよ。

19

2 次方程式 $x^2+2mx+2m+3=0$ が次のような実数解をもつように，定数 m の値の範囲を定めよ。

(1)　異なる 2 つの負の解　　(2)　-4 より大きい異なる 2 つの解

20

次の関数のグラフをかけ。

(1)　$y=|x+2|$　　(2)　$y=|x^2+x|$

(3)　$y=|x^2-3x-4|$

21

次の関数のグラフをかけ。

(1)　$y=x^2-4|x|$　　(2)　$y=|x+1|(x-3)$

$\boxed{1}$

(1)　$x^2-7x+10>0$ から

$(x-2)(x-5)>0$

よって　$x<2,\ 5<x$

(2)　$x^2-5x+4<0$ から

$(x-1)(x-4)<0$

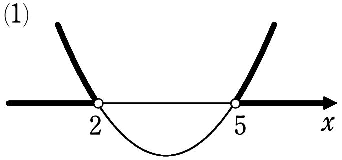
よって　$1<x<4$

(3)　$x^2+5x \leqq 0$ から

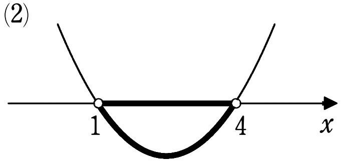
$x(x+5) \leqq 0$

よって　$-5 \leqq x \leqq 0$

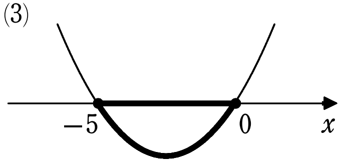
(1)



(2)



(3)

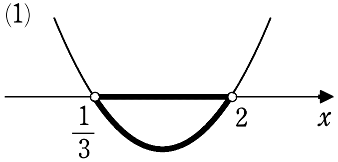


$\boxed{2}$

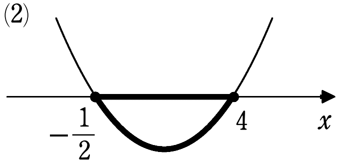
(1)　$3x^2-7x+2<0$ から　$(3x-1)(x-2)<0$　よって　$\frac{1}{3}<x<2$

(2)　$2x^2-7x-4 \leqq 0$ から　$(2x+1)(x-4) \leqq 0$　よって　$-\frac{1}{2} \leqq x \leqq 4$

(1)



(2)

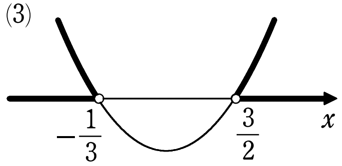


(3)　$6x^2-7x-3>0$ から　$(3x+1)(2x-3)>0$　よって　$x<-\frac{1}{3},\ \frac{3}{2}<x$

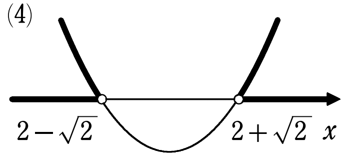
(4)　$x^2-4x+2=0$ を解くと　$x=2\pm\sqrt{2}$

よって，$x^2-4x+2>0$ の解は　$x<2-\sqrt{2},\ 2+\sqrt{2}<x$

(3)



(4)



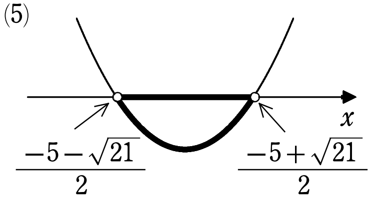
(5)　$x^2+5x+1=0$ を解くと　$x=\frac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$

よって，$x^2+5x+1<0$ の解は　$\frac{-5-\sqrt{21}}{2}<x<\frac{-5+\sqrt{21}}{2}$

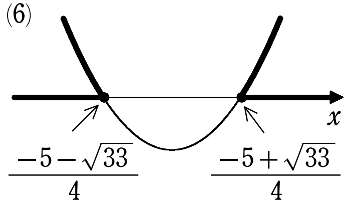
(6)　$2x^2+5x-1=0$ を解くと　$x=\frac{-5\pm\sqrt{33}}{4}$

よって，$2x^2+5x-1 \geqq 0$ の解は　$x \leqq \frac{-5-\sqrt{33}}{4},\ \frac{-5+\sqrt{33}}{4} \leqq x$

(5)



(6)



(7)　移項すると　$x^2-4<0$　よって　$(x+2)(x-2)<0$

ゆえに　$-2<x<2$

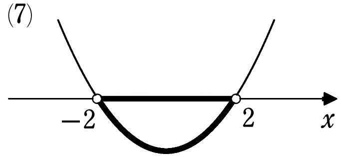
(8)　$x^2-18=0$ を解くと　$x=\pm 3\sqrt{2}$

よって，$x^2-18>0$ の解は　$x<-3\sqrt{2},\ 3\sqrt{2}<x$

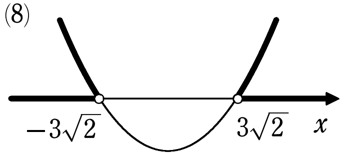
別解　$x^2-18>0$ から $(x+3\sqrt{2})(x-3\sqrt{2})>0$

よって　$x<-3\sqrt{2},\ 3\sqrt{2}<x$

(7)



(8)



(9)　$2x^2-9=0$ を解くと　　$x=\pm\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

よって，$2x^2-9\geqq 0$ の解は

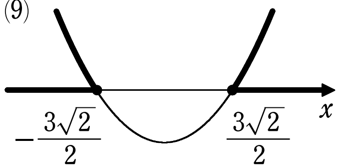
$$x\leqq-\frac{3\sqrt{2}}{2},\ \frac{3\sqrt{2}}{2}\leqq x$$

別解　$2x^2-9\geqq 0$ から

$$2\left(x+\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)\left(x-\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)\geqq 0$$

よって　　$x\leqq-\dfrac{3\sqrt{2}}{2},\ \dfrac{3\sqrt{2}}{2}\leqq x$

(9)



$\boxed{3}$

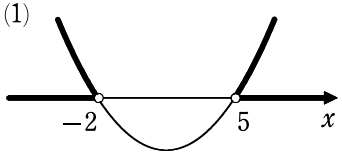
(1)　両辺に -1 を掛けて　　$x^2-3x-10>0$　　　すなわち　　$(x+2)(x-5)>0$

よって　　$x<-2,\ 5<x$

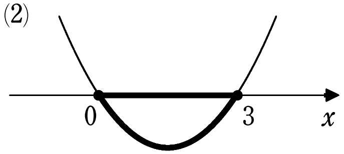
(2)　両辺に -1 を掛けて　　$-3x+x^2\leqq 0$　　　すなわち　　$x(x-3)\leqq 0$

よって　　$0\leqq x\leqq 3$

(1)



(2)



(3)　両辺に -1 を掛けて

$$3x^2-6x+2\leqq 0$$

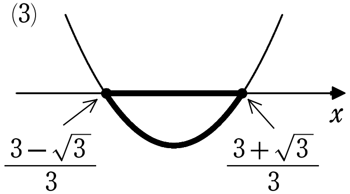
$3x^2-6x+2=0$ を解くと

$$x=\frac{3\pm\sqrt{3}}{3}$$

よって，$-3x^2+6x-2\geqq 0$ の解は

$$\frac{3-\sqrt{3}}{3}\leqq x\leqq\frac{3+\sqrt{3}}{3}$$

(3)

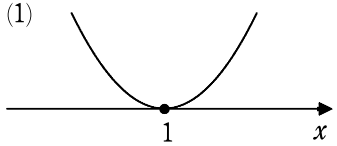


$\boxed{4}$

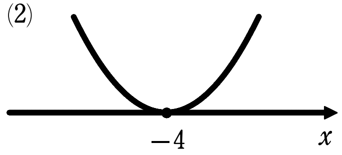
(1)　$(x-1)^2\leqq 0$ の解は　　$x=1$

(2)　$(x+4)^2\geqq 0$ の解は　　すべての実数

(1)



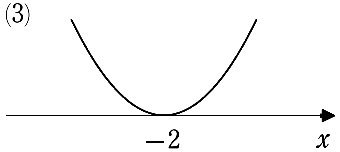
(2)



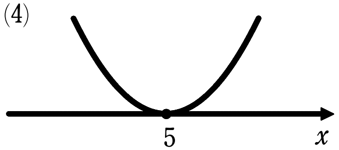
(3)　$x^2+4x+4<0$ から　　$(x+2)^2<0$　　　よって，解はない。

(4)　$x^2-10x+25\geqq 0$ から　　$(x-5)^2\geqq 0$　　　よって，解は　　すべての実数

(3)



(4)



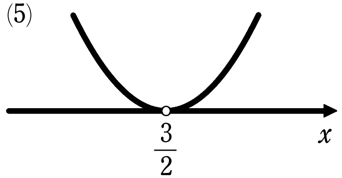
(5)　$4x^2-12x+9>0$ から　　$(2x-3)^2>0$

よって，解は　　$\dfrac{3}{2}$ 以外のすべての実数

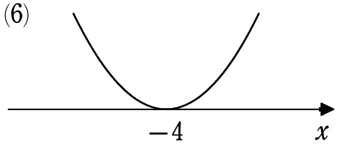
(6)　両辺に -1 を掛けて　　$x^2+8x+16<0$　　　すなわち　　$(x+4)^2<0$

よって，解はない。

(5)



(6)



(7)　整理すると　　$x^2+6x+9\leqq 0$

ゆえに　　$(x+3)^2\leqq 0$　　　よって，解は　　$x=-3$

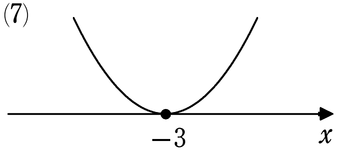
(8)　両辺を展開すると

$$3x^2-6x+3-12\leqq 6x^2-9-6x-x^2$$

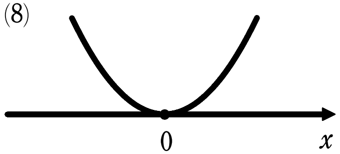
整理すると　$-2x^2\leqq 0$　　　両辺に -1 を掛けて　　$2x^2\geqq 0$

よって，解は　　すべての実数

(7)



(8)



5

(1)　$x^2-2x+3<0$ について　　$D=(-2)^2-4\cdot1\cdot3=-8<0$

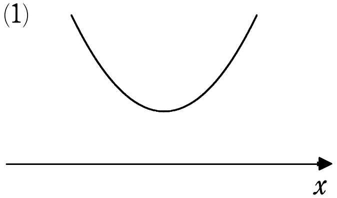
かつ，x^2 の係数は正である。よって，解はない。

(2)　両辺に -1 を掛けて整理すると　　$x^2-2x+2>0$

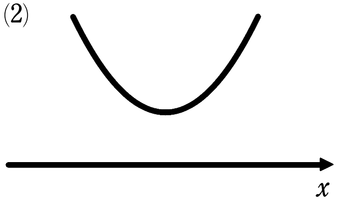
$x^2-2x+2>0$ について　　$D=(-2)^2-4\cdot1\cdot2=-4<0$

かつ，x^2 の係数は正である。よって，与えられた不等式の解は　　すべての実数

(1)



(2)



6

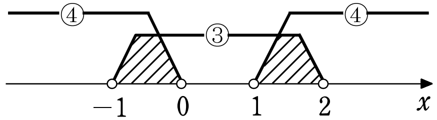
(1) $\begin{cases} x^2-x-2<0 & \cdots\cdots ① \\ x^2-x>0 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① から　　$(x+1)(x-2)<0$　　　よって　　$-1<x<2$　$\cdots\cdots ③$

② から　　$x(x-1)>0$　　　よって　　$x<0,\ 1<x$　$\cdots\cdots ④$

③ と ④ の共通範囲を求めて

$-1<x<0,\ 1<x<2$



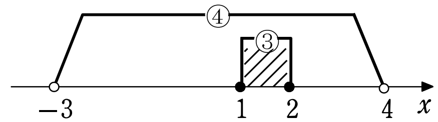
(2) $\begin{cases} x^2-3x+2\leqq0 & \cdots\cdots ① \\ x^2-x-12<0 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① から　　$(x-1)(x-2)\leqq0$　　　よって　　$1\leqq x\leqq2$　$\cdots\cdots ③$

② から　　$(x+3)(x-4)<0$　　　よって　　$-3<x<4$　$\cdots\cdots ④$

③ と ④ の共通範囲を求めて

$1\leqq x\leqq2$



(3) $\begin{cases} 2x^2+5x<3 & \cdots\cdots ① \\ 3x^2+11x<4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① から　　$2x^2+5x-3<0$　　　よって　　$(x+3)(2x-1)<0$

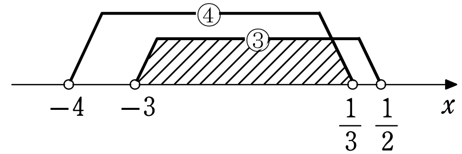
ゆえに　　$-3<x<\dfrac{1}{2}$　$\cdots\cdots ③$

② から　　$3x^2+11x-4<0$　　　よって　　$(x+4)(3x-1)<0$

ゆえに　　$-4<x<\dfrac{1}{3}$　$\cdots\cdots ④$

③ と ④ の共通範囲を求めて

$-3<x<\dfrac{1}{3}$



(4) $\begin{cases} 4x^2+16x\leqq9 & \cdots\cdots ① \\ x^2+2x>3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① から　　$4x^2+16x-9\leqq0$　　　よって　　$(2x+9)(2x-1)\leqq0$

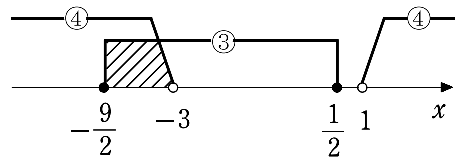
ゆえに　　$-\dfrac{9}{2}\leqq x\leqq\dfrac{1}{2}$　$\cdots\cdots ③$

② から　　$x^2+2x-3>0$　　　よって　　$(x+3)(x-1)>0$

ゆえに　　$x<-3,\ 1<x$　$\cdots\cdots ④$

③ と ④ の共通範囲を求めて

$-\dfrac{9}{2}\leqq x<-3$



(5) $\begin{cases} x^2+x-2<0 & \cdots\cdots ① \\ x^2+x-1\geqq0 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① から　　$(x+2)(x-1)<0$　　　よって　　$-2<x<1$　$\cdots\cdots ③$

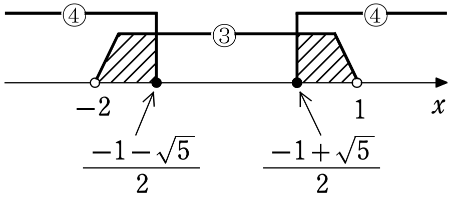
$x^2+x-1=0$ を解くと　　$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$

よって，② の解は

$$x \leqq \frac{-1-\sqrt{5}}{2},\quad \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \leqq x \quad \cdots\cdots ④$$

③ と ④ の共通範囲を求めて

$$-2 < x \leqq \frac{-1-\sqrt{5}}{2},\quad \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \leqq x < 1$$



(6) $\begin{cases} x^2-10x+20<0 & \cdots\cdots ① \\ -x^2+6x-3>0 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

$x^2-10x+20=0$ を解くと　　$x=5\pm\sqrt{5}$

よって，① の解は　　$5-\sqrt{5}<x<5+\sqrt{5}$　……③

② の両辺に -1 を掛けて　　$x^2-6x+3<0$

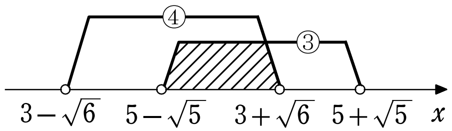
$x^2-6x+3=0$ を解くと　　$x=3\pm\sqrt{6}$

よって，② の解は

$$3-\sqrt{6}<x<3+\sqrt{6} \quad \cdots\cdots ④$$

③ と ④ の共通範囲を求めて

$$5-\sqrt{5}<x<3+\sqrt{6}$$



$\boxed{7}$

(1)　$5<x^2+4x\leqq 21$ から　　$\begin{cases} 5<x^2+4x & \cdots\cdots ① \\ x^2+4x\leqq 21 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① から　　$x^2+4x-5>0$　　　よって　　$(x+5)(x-1)>0$

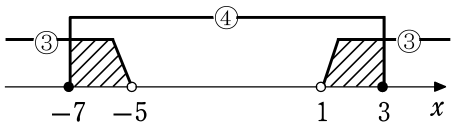
ゆえに　　$x<-5,\ 1<x$　……③

② から　　$x^2+4x-21\leqq 0$　　　よって　　$(x+7)(x-3)\leqq 0$

ゆえに　　$-7\leqq x\leqq 3$　……④

③ と ④ の共通範囲を求めて

$$-7\leqq x<-5,\quad 1<x\leqq 3$$



(2)　$2x+3<x^2<5$ から　　$\begin{cases} 2x+3<x^2 & \cdots\cdots ① \\ x^2<5 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① から　　$x^2-2x-3>0$　　　よって　　$(x+1)(x-3)>0$

ゆえに　　$x<-1,\ 3<x$　……③

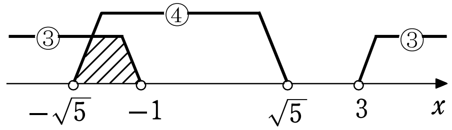
② から　　$x^2-5<0$　　　$x^2-5=0$ を解くと　$x=\pm\sqrt{5}$

よって，② の解は

$$-\sqrt{5}<x<\sqrt{5} \quad \cdots\cdots ④$$

③ と ④ の共通範囲を求めて

$$-\sqrt{5}<x<-1$$



$\boxed{8}$

AR＝PR＝x であるから　　RC＝AC－AR＝$6-x$

$x>0,\ 6-x>0$ であるから　　$0<x<6$　……①

長方形 PQCR の面積 $x(6-x)$ cm^2 が 5 cm^2 以上 8 cm^2 以下であるから

$$5\leqq x(6-x)\leqq 8$$

$5\leqq x(6-x)$ から　　$x^2-6x+5\leqq 0$　　　よって　　$(x-1)(x-5)\leqq 0$

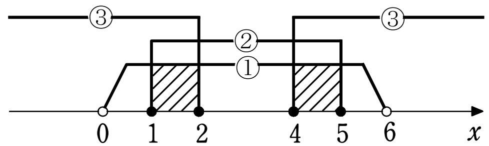
ゆえに　　$1\leqq x\leqq 5$　……②

$x(6-x)\leqq 8$ から　　$x^2-6x+8\geqq 0$　　　よって　　$(x-2)(x-4)\geqq 0$

ゆえに　　$x\leqq 2,\ 4\leqq x$　……③

①，②，③ の共通範囲を求めて

$$1\leqq x\leqq 2,\quad 4\leqq x\leqq 5$$



$\boxed{9}$

(1)　この 2 次方程式が実数解をもつための必要十分条件は，判別式を D とすると

$$D=(2m)^2-4\cdot 1\cdot 3\geqq 0 \qquad \text{すなわち} \qquad 4(m^2-3)\geqq 0$$

これを解いて　　$m\leqq -\sqrt{3},\ \sqrt{3}\leqq m$

(2)　この 2 次方程式が実数解をもつための必要十分条件は，判別式を D とすると

$$D=m^2-4\cdot 1\cdot m\geqq 0 \qquad \text{すなわち} \qquad m(m-4)\geqq 0$$

これを解いて　　$m\leqq 0,\ 4\leqq m$

$\boxed{10}$

(1)　この 2 次関数のグラフが x 軸と共有点をもつための必要十分条件は

$$D=(-2m)^2-4\cdot1\cdot(2m+3)\geqq0 \qquad \text{すなわち} \qquad 4(m^2-2m-3)\geqq0$$

よって　$4(m+1)(m-3)\geqq0$　　ゆえに　$m\leqq-1$，$3\leqq m$

(2)　この 2 次関数のグラフが x 軸と共有点をもたないための必要十分条件は

$$D=(2m)^2-4\cdot1\cdot(-m+2)<0 \qquad \text{すなわち} \qquad 4(m^2+m-2)<0$$

よって　$4(m+2)(m-1)<0$　　ゆえに　$-2<m<1$

$\boxed{11}$

(1)　2 次不等式 $x^2-mx+1>0$ の x^2 の係数が正であるから，解がすべての実数であるための必要十分条件は　$D=(-m)^2-4\cdot1\cdot1<0$

すなわち　$m^2-4<0$　　これを解いて　$-2<m<2$

(2)　2 次不等式 $-x^2+mx+2m<0$ の x^2 の係数が負であるから，解がすべての実数であるための必要十分条件は　$D=m^2-4\cdot(-1)\cdot2m<0$

すなわち　$m(m+8)<0$　　これを解いて　$-8<m<0$

$\boxed{12}$

(1)　x^2 の係数は正であるから，y の値が常に正であるための必要十分条件は

$$D=m^2-4\cdot1\cdot1<0 \qquad \text{ゆえに} \qquad m^2-4<0$$

これを解いて　$-2<m<2$

(2)　x^2 の係数は正であるから，この放物線が $y<0$ の部分を通らないための必要十分条件は

$$D=(-2m)^2-4\cdot1\cdot(3m-2)\leqq0 \qquad \text{ゆえに} \qquad 4(m^2-3m+2)\leqq0$$

よって　$(m-1)(m-2)\leqq0$

したがって　$1\leqq m\leqq2$

(3)　y の値が常に負であるための必要十分条件は

$$x^2 \text{ の係数について } m<0 \quad \text{かつ} \quad D=4^2-4m(m-3)<0 \quad \cdots\cdots ①$$

① から　$-4(m^2-3m-4)<0$　　よって　$(m+1)(m-4)>0$

ゆえに　$m<-1$，$4<m$

これと $m<0$ との共通範囲を求めて　$m<-1$

$\boxed{13}$

この 2 次方程式の判別式を D とすると　$D=(-2m)^2-4\cdot1\cdot(-4m)=4m(m+4)$

(1)　異なる 2 つの実数解をもつための必要十分条件は　$D>0$

すなわち　$4m(m+4)>0$　　これを解いて　$m<-4$，$0<m$

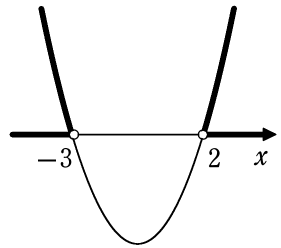
(2)　実数解をもたないための必要十分条件は　$D<0$

すなわち　$4m(m+4)<0$　　これを解いて　$-4<m<0$

$\boxed{14}$

条件から，$y=ax^2+x+b$ のグラフは $x<-3$，$2<x$ の範囲で x 軸より上側にある。

すなわち，下に凸である放物線で，2 点 $(-3,\ 0)$，$(2,\ 0)$ を通るから



$a>0$　$\cdots\cdots$ ①

$9a-3+b=0$　$\cdots\cdots$ ②

$4a+2+b=0$　$\cdots\cdots$ ③

②，③ を連立させて解くと　$a=1$，$b=-6$

これは ① を満たす。

$\boxed{15}$

条件から，$y=4x^2+ax+b$ のグラフは $1<x<\dfrac{5}{4}$ の範囲で x 軸より下側にある。

すなわち，2 点 $(1,\ 0)$，$\left(\dfrac{5}{4},\ 0\right)$ を通るから　$4+a+b=0$，$\dfrac{25}{4}+\dfrac{5}{4}a+b=0$

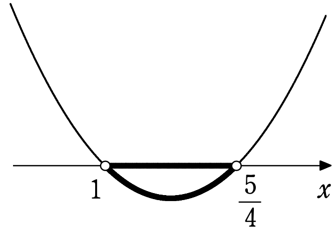
これを解くと　$a=-9$，$b=5$

よって，不等式 $bx^2+ax+4\geqq0$ は

$$5x^2-9x+4\geqq0$$

すなわち　$(5x-4)(x-1)\geqq0$

これを解くと　$x\leqq\dfrac{4}{5}$，$1\leqq x$



$\boxed{16}$

(1)　左辺を因数分解すると　$(x-a)(x-2)<0$

[1]　$a<2$ のとき　　解は　　$a<x<2$

[2]　$a=2$ のとき　　不等式は $(x-2)^2<0$ となるから，解はない。

[3]　$a>2$ のとき　　解は　　$2<x<a$

(2)　左辺を因数分解すると　$(x-a)(x+1)>0$

[1]　$a<-1$ のとき　　解は　　$x<a$，$-1<x$

[2]　$a=-1$ のとき　　不等式は $(x+1)^2>0$ となるから，解は

-1 以外のすべての実数

[3]　$a>-1$ のとき　　解は　　$x<-1$，$a<x$

(3)　左辺を因数分解すると　$(x+a)(x-2a)\leqq 0$

[1]　$-a<2a$ すなわち $a>0$ のとき　　解は　　$-a\leqq x\leqq 2a$

[2]　$-a=2a$ すなわち $a=0$ のとき　　不等式は $x^2\leqq 0$ となるから，解は　$x=0$

[3]　$-a>2a$ すなわち $a<0$ のとき　　解は　$2a\leqq x\leqq -a$

$\boxed{17}$

$f(x)=x^2+mx+2$ とおく。

$y=f(x)$ のグラフは下に凸の放物線で，軸は直線 $x=-\dfrac{m}{2}$ である。

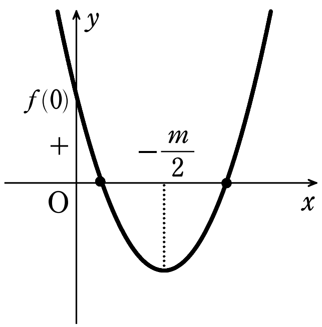
(1)　$y=f(x)$ のグラフと x 軸の正の部分が異なる 2 点で交わるのは

$D=m^2-4\cdot 1\cdot 2>0$　　…… ①

軸について　$-\dfrac{m}{2}>0$　　…… ②

$f(0)=2>0$　　…… ③

の 3 つが同時に成り立つときである。



① から　　$m^2-8>0$

すなわち　　$(m+2\sqrt{2})(m-2\sqrt{2})>0$

ゆえに　　$m<-2\sqrt{2}$，$2\sqrt{2}<m$　　…… ④

② から　　$m<0$　　…… ⑤

③ は常に成り立つ。

よって，④，⑤ の共通範囲を求めて　　$m<-2\sqrt{2}$

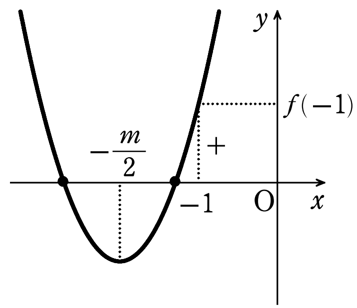
(2)　$y=f(x)$ のグラフと x 軸の $x<-1$ の部分が異なる 2 点で交わるのは

$D=m^2-4\cdot 1\cdot 2>0$　　…… ①

軸について　$-\dfrac{m}{2}<-1$　　…… ②

$f(-1)=1-m+2>0$　　…… ③

の 3 つが同時に成り立つときである。

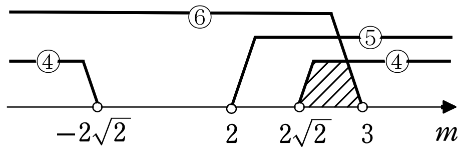


① から　　$m<-2\sqrt{2}$，$2\sqrt{2}<m$　　…… ④

② から　　$m>2$　　…… ⑤

③ から　　$m<3$　　…… ⑥

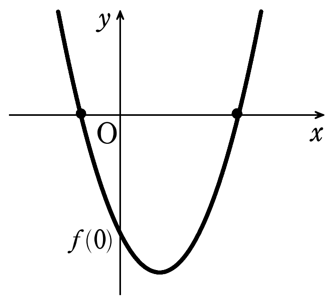
よって，④，⑤，⑥ の共通範囲を求めて　　$2\sqrt{2}<m<3$



$\boxed{18}$

$f(x)=x^2+2(m-1)x+3-m^2$ とおく。

放物線 $y=f(x)$ は下に凸であるから，x 軸の正の部分と負の部分で交わるのは，放物線が y 軸の負の部分と交わるときである。



したがって　　$f(0)<0$　すなわち　$3-m^2<0$

よって　　$m^2-3>0$

ゆえに　　$(m+\sqrt{3})(m-\sqrt{3})>0$

したがって　　$m<-\sqrt{3}$，$\sqrt{3}<m$

$\boxed{19}$

$f(x)=x^2+2mx+2m+3$ とおく。

これを変形すると　　$f(x)=(x+m)^2-m^2+2m+3$

$y=f(x)$ のグラフは下に凸の放物線で，軸は直線 $x=-m$ である。

また，2 次方程式 $f(x)=0$ の判別式を D とすると

$$D=(2m)^2-4(2m+3)=4(m^2-2m-3)=4(m+1)(m-3)$$

(1)　$y=f(x)$ のグラフと x 軸の負の部分が異なる 2 点で交わることと同じである。

したがって，次の 3 つが同時に成り立てばよい。

$D=4(m+1)(m-3)>0$　…… ①

軸について　$-m<0$　…… ②

$f(0)=2m+3>0$　…… ③

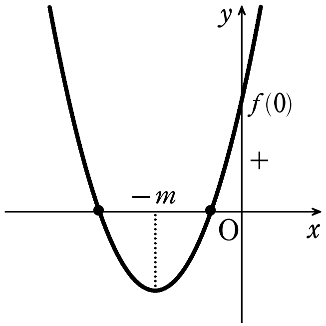
① から　$m<-1,\ 3<m$　…… ④

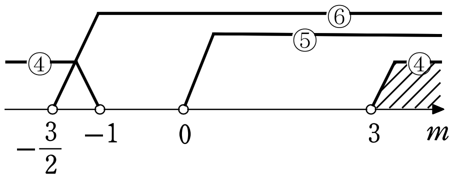
② から　$m>0$　…… ⑤

③ から　$m>-\dfrac{3}{2}$　…… ⑥

④，⑤，⑥ の共通範囲を求めて

$m>3$





(2)　$y=f(x)$ のグラフと x 軸の $x>-4$ の部分が異なる 2 点で交わることと同じである。したがって，次の 3 つが同時に成り立てばよい。

$D=4(m+1)(m-3)>0$　…… ①

軸について　$-m>-4$　…… ②

$f(-4)=-6m+19>0$　…… ③

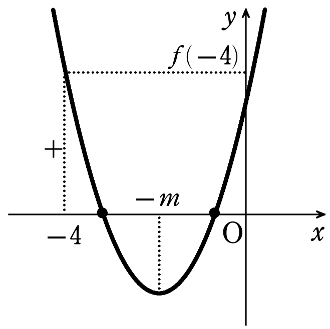
① から　$m<-1,\ 3<m$　…… ④

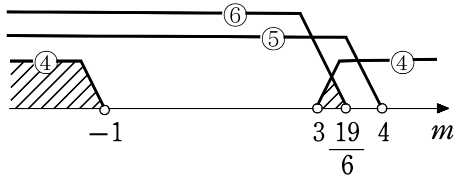
② から　$m<4$　…… ⑤

③ から　$m<\dfrac{19}{6}$　…… ⑥

④，⑤，⑥ の共通範囲を求めて

$m<-1,\ 3<m<\dfrac{19}{6}$





$\boxed{20}$

(1)　$x+2 \geqq 0$ すなわち $x \geqq -2$ のとき　$y=x+2$

$x+2<0$ すなわち $x<-2$ のとき　$y=-(x+2)=-x-2$

よって，グラフは [図] の実線部分である。

(2)　$y=|x^2+x|=|x(x+1)|$

$x(x+1) \geqq 0$ すなわち $x \leqq -1,\ 0 \leqq x$ のとき　$y=x^2+x=\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}$

$x(x+1)<0$ すなわち $-1<x<0$ のとき　$y=-x^2-x=-\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{1}{4}$

よって，グラフは [図] の実線部分である。

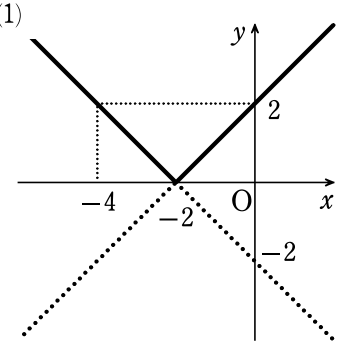
(3)　$y=|x^2-3x-4|=|(x+1)(x-4)|$

$(x+1)(x-4) \geqq 0$ すなわち $x \leqq -1,\ 4 \leqq x$ のとき　$y=x^2-3x-4=\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2-\dfrac{25}{4}$

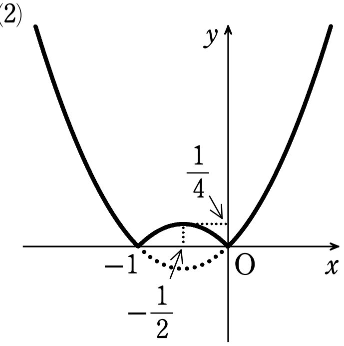
$(x+1)(x-4)<0$ すなわち $-1<x<4$ のとき　$y=-x^2+3x+4=-\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{25}{4}$

よって，グラフは [図] の実線部分である。

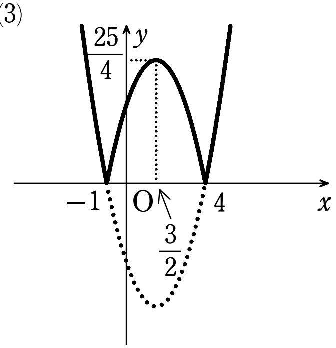
(1)



(2)



(3)



$\boxed{21}$

(1)　$x \geqq 0$ のとき　　$y=x^2-4x=(x-2)^2-4$

$x<0$ のとき　　$y=x^2+4x=(x+2)^2-4$

よって，グラフは［図］の実線部分である。

(2)　$x+1 \geqq 0$ すなわち $x \geqq -1$ のとき

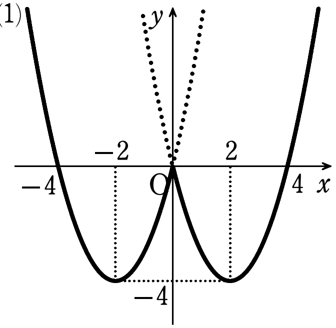
$$y=(x+1)(x-3)=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$$

$x+1<0$ すなわち $x<-1$ のとき

$$y=-(x+1)(x-3)=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$$

よって，グラフは［図］の実線部分である。

(1)



(2)